

4 класс. Решения.

1 февраля 2026

1 У Толи и Коли есть поровну спичек одинаковой длины. Толя сложил из всех своих спичек несколько треугольников со стороной в одну спичку. А Коля – столько же квадратов со стороной в одну спичку. (И Толины треугольники, и Колины квадраты могут как соприкасаться, так и лежать отдельно.) Приведите пример, как такое могло быть.

Решение. Например, Толя складывает из 12 спичек 4 отдельных треугольника, а Коля – квадрат 2×2 .



2 В большой семье 13 детей. Однажды семеро из них сказали «У меня девять братьев». Никто не соврал. Сколько в этой семье мальчиков, а сколько девочек?

Решение. 10 мальчиков, 3 девочки.

Все семеро говоривших детей одного пола (иначе у них бы было разное количество братьев). Мальчиков не менее 9, значит девочек не более 4. Говорили мальчики, у каждого по 9 братьев, значит, всего мальчиков 10. А девочек 3.

3 По кругу написали несколько чисел, каждое из них равно 5, 6, 7 или 8. Любые два соседних числа отличаются на 1.

а Приведите пример такого круга из 18 чисел, в котором 2 пятерки и 6 шестерок.

б В круге 100 чисел, из них 15 пятерок и 43 шестерки. А сколько семерок и восьмерок?

Решение.

а Например, числа в круге могут стоять в таком порядке:

6, 5, 6, 5, 6, 7, 6, 7, 6, 7, 6, 7, 8, 7, 8, 7, 8, 7.

б Четные и нечетные числа чередуются, так что тех и других по $100 : 2 = 50$. Тогда семерок $50 - 15 = 35$, а восьмерок $50 - 43 = 7$.

4 Маша, Даша, Саша и Наташа – сестры-близнецы. Они учатся в одном классе, и различать их учителя так и не научились. В отместку они договорились врать, если к ним обратились неправильно, и говорить правду, если их имя не перепутали.

На первом уроке учительница математики заметила, что из четырех сестер пришли только две, после чего произошел следующий диалог:

Учительница – девочке №1: Маша, а где Саша?

Девочка №1: Ее сегодня не будет.

Учительница – девочке №2: Даша, это правда?

Девочка №2: Во-первых, я Маша. А во-вторых, Саша сейчас придет.

В этот момент в класс вошла третья девочка.

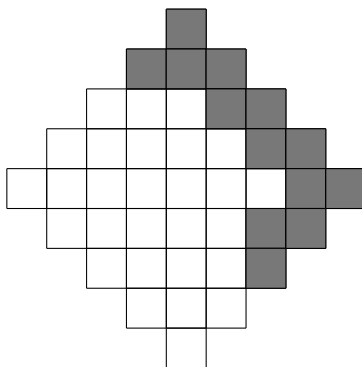
Учительница – девочке №3: Саша, здравствуй! А где Наташа?

Девочка №3: Так Наташа уже пришла!

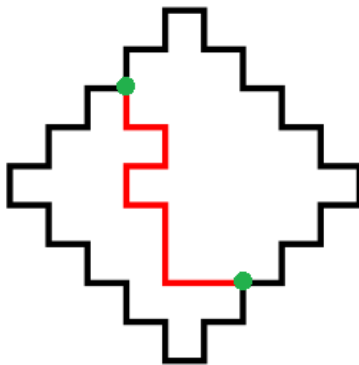
Определите, кто из них кто.

Тогда девочка №3 не Саша и значит врет. То есть, Наташа еще не пришла, и это отсутствующая четвертая девочка. Получается, что девочка №2 не Даша, не Маша и не Наташа, а значит Саша. Девочка №1 соврала, значит она не Маша. Также она не Саша и не Наташа, а значит Даша. Методом исключения получается, что девочка №3 – Маша.

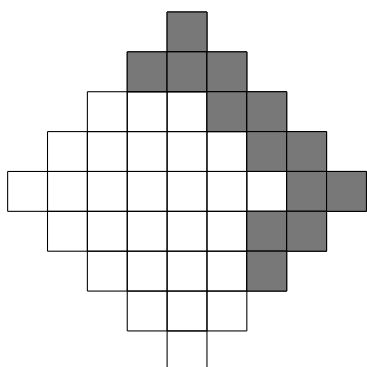
6 Докажите, что меньше клеток быть не может.



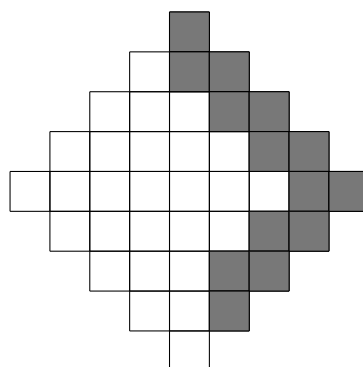
6 Покрасим границу фигуры в черный, а линию разреза – в красный. Периметр каждой части состоит из черной и красной части. Красные части периметров равны, поэтому должны быть равны и черные части. Значит, концы разреза находятся в противоположных точках фигуры.



Поэтому в каждую часть входит ровно 8 клеток вдоль границы. И еще нужно как минимум 5 клеток, чтобы соединить их друг с другом. Это можно проверить, разобрав два варианта для концов разреза. (Все остальные варианты получаются из этих поворотами и отражениями.)



13 клеток



14 клеток

6 Однажды Маша сообщила Коле пятизначное число, составленное из различных цифр. У себя в тетрадке он записал пять четырехзначных чисел, которые получаются из Машиного числа вычеркиванием одной из цифр. (Например, если Машино число было равно 15430, то Коля записал числа 1543, 1540, 1530, 1430, 5430.)

Затем Коля взял наибольшее из написанных чисел, вычел из него наименьшее и получил 2026. Может ли это быть правдой, или Коля где-то ошибся?

Решение. Коля ошибся, докажем это от противного. Обозначим Машино число через АБВГД, все цифры в нем разные.

Поскольку Колина разность заканчивается не на 0, то у уменьшаемого и вычитаемого разные последние цифры. То есть, либо максимальное, либо минимальное число получилось вычеркиванием последней цифры Д из Машиного числа. Разберем два случая.

1) Вычеркиванием последней цифры получается максимальное число АБВГ. Тогда $АБВГ > БВГД$, значит $А > Б$. Также $АБВГ > АВГД$, значит, $Б > В$. Аналогично $В > Г$, $Г > Д$. То есть в Машином числе цифры были расположены по убыванию.

Минимальное из Колиных чисел – это БВГД (все остальные начинаются с А, а значит больше). Тогда $АБВГ - БВГД = 2026$. Каждый раз из большей цифры вычитается меньшая, то есть нет никаких заимствований между разрядами. Но в разряде сотен $Б - В = 0$, чего быть не может, поскольку цифры все разные.

2) Вычеркиванием последней цифры получается минимальное число АБВГ. Аналогично первому случаю можно доказать, что $А < Б < В < Г < Д$, а максимальное число равно БВГД. При вычитании $БВГД - АБВГ = 2026$, опять нет заимствований между разрядами, но в разряде сотен опять будет $Б - В = 0$.

Оба случая приводят к противоречию, значит Коля ошибся.