

II Открытая олимпиада по математике школы №1543

4 класс

Решения и критерии оценивания

На второй тур приглашаются участники, набравшие не менее 14 баллов.

1 Незнайка умеет писать только цифры 0, 1, 2 и 3. Он записал числа 23, 20, 11, 33, 31, 32, 12, 10, 21. Какие ещё двузначные числа Незнайка мог бы написать, но пропустил? Постарайтесь перечислить их все.

Ответ: 13, 22, 30.

Критерии оценивания	баллы
Написаны числа 13, 22, 30 (в любом порядке) и не написано лишних.	4
Написаны числа 13, 22, 30 и одно из чисел, которые уже написал Незнайка.	3
Написаны числа 13, 22, 30 и два числа, которые уже написал Незнайка.	1
Написаны два из трех чисел 13, 22, 30.	1
Написаны все возможные двузначные числа, которые можно составить из цифр 0, 1, 2, 3.	2
Написано что-то другое.	0

2 Впишите в каждый квадратик натуральное число так, чтобы сумма любых двух соседних чисел оказалась меньше 43, а сумма всех чисел вместе взятых — больше 250.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Ответ: 41, 1, 41, 1, 41, 1, 41, 1, 41, 1, 41.

Комментарий: Решение единственно. Найти его можно, например, из следующих соображений. Сумма любых двух соседей не больше 42. Поэтому все числа не больше 41. А сумма первых десяти чисел не больше $42 \cdot 5 = 210$ (поскольку их можно разбить на пять пар соседей).

Поскольку сумма всех чисел больше 250, то последнее число обязательно должно быть больше, чем $250 - 210 = 40$. Значит, последнее число равно 41. Предпоследнее число обязательно равно 1 (иначе сумма его и последнего будет слишком большая). Предпредпоследнее — опять 41. И так далее.

Критерии оценивания	баллы
Написаны числа 41, 1, 41, 1, . . . , 1, 41.	4
Написан неверный ответ, в котором числа чередуются «большое-маленькое-большое-маленькое-...-маленькое-большое». Например, 42, 0, 42, . . . , 0, 42 или 42, 1, 42, . . . , 1, 42.	1
Написано что-то другое.	0

3 Разделите фигуру на две равные (и по форме, и по размеру) части.



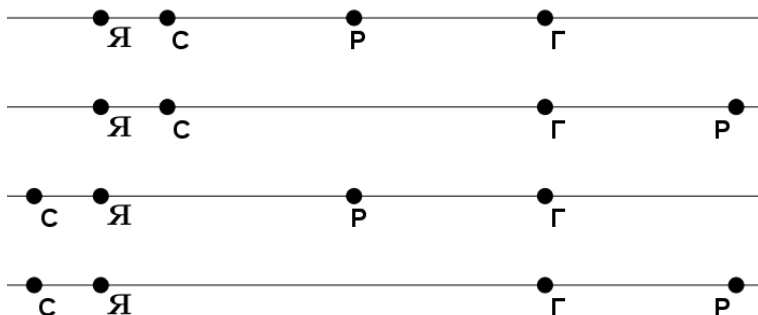
Ответ:

Критерии оценивания	баллы
Верный ответ нарисован на поле для ответа.	4
Верный ответ нарисован на поле для черновика и помечен как ответ.	4
Верный ответ нарисован на поле для черновика среди неверных ответов и никак не выделен.	1
Верный ответ не нарисован.	0

4 Вдоль прямой дороги старик посадил яблоню, грушу, сливу и репку. Между яблоней и грушей 100 м, между яблоней и сливой 15 м, между грушей и репкой 43 м, а между репкой и сливой 128 м. Сколько метров между сливой и грушей?

Ответ: 85 м.

Решение: Посадим яблоню и грушу. Есть четыре разных возможности, как могут быть расположены слива и репка. Изобразим их все на чертеже.



В первом случае между сливой и репкой $100 - 15 - 43 = 42$ м, во втором случае $100 - 15 + 43 = 128$ м, в третьем $100 + 15 - 43 = 72$ м, а в четвертом $100 + 15 + 43 = 158$ м.

Таким образом, нам подходит только второй случай. В нем между сливой и грушей $100 - 15 = 85$ м.

Критерии оценивания	баллы
Написано число 85.	4
Написано любое другое число.	0

5 Фрекен Бок испекла одинаковые на вид пирожки: 10 с яблоками, 12 с капустой и 15 с курагой. Карлсон попросил Малыша принести хотя бы один пирожок с яблоками, хотя бы два с капустой и хотя бы три с курагой. Какое наименьшее число пирожков должен утащить с кухни Малыш, чтобы наверняка выполнить эту просьбу?

Ответ: 28.

Решение: Если Малыш оставит на кухне хотя бы 10 пирожков, то может случиться, что он оставит все пирожки с яблоками. Поэтому больше 9 пирожков он оставить не может.

С другой стороны, если Малыш оставит 9 пирожков, то он возьмет минимум 1 пирожок с яблоками, минимум 3 пирожка с капустой и минимум 6 пирожков с курагой, и это устроит Карлсона.

Поэтому Малыш должен оставить 9 пирожков, а взять $10 + 12 + 15 - 9 = 28$.

Критерии оценивания	баллы
Написано число 28.	4
Написано любое другое число.	0

6 Шла Саша по шоссе. Сначала она сделала 10 шагов вперед, потом 2 шага назад, потом 10 шагов вперед, потом 3 шага назад, потом опять 10 шагов вперед и затем 2 шага назад, далее снова 10 шагов вперед и 3 шага назад и так далее. Сколько шагов она сделала к моменту, когда впервые оказалась в 150 шагах от точки старта?

Ответ: 244.

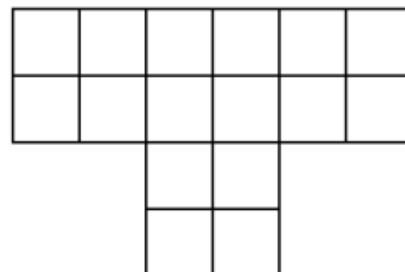
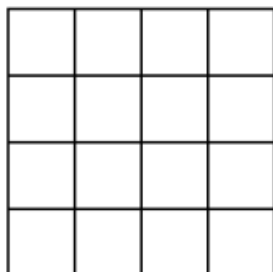
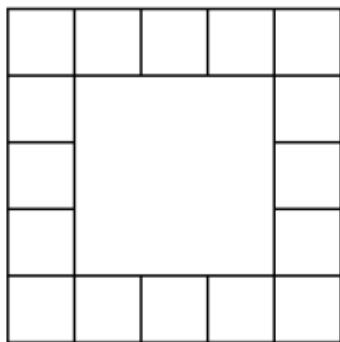
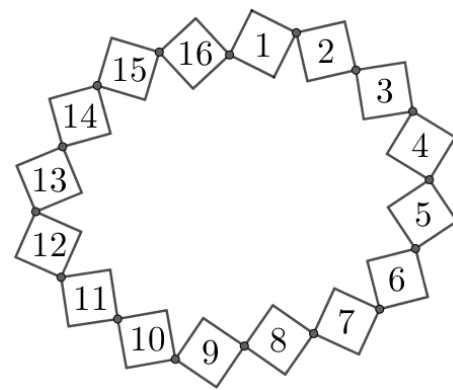
Решение: За один «цикл» Саша делает $10 + 2 + 10 + 3 = 25$ шагов и продвигается вперед на $10 - 2 + 10 - 3 = 15$ шагов. Поэтому через 10 циклов она сделает 250 шагов и окажется в 150 шагах от старта.

Но это был не первый момент, когда Саша оказалась в 150 шагах от старта. Три последних шага она сделала назад, поэтому после 247 шагов Саша была на расстоянии 153 шага от старта. А еще за три шага до этого, после 244 шагов, Саша оказалась на расстоянии 150 шагов в первый раз.

Критерии оценивания	баллы
Написано число 244.	4
Написано число 247.	2
Написано число 250.	1
Написано любое другое число.	0

7 У Машеньки есть подвижная головоломка из 16 пронумерованных квадратиков, скрепленных шарнирами (она нарисована на картинке справа). Сможет ли Машенька сложить из неё изображённые снизу фигуры?

В тех фигурах, которые можно сложить, пронумеруйте квадратики, чтобы показать, как именно это делается. Под фигурами, которые сложить нельзя, напишите слово НЕЛЬЗЯ.

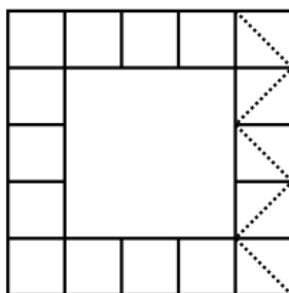


Ответ: Рамку сложить нельзя. Квадрат и фигурку в форме буквы Т можно, один из возможных способов нумерации приведен на рисунке.

1	2	3	4
16	11	10	5
15	12	9	6
14	13	8	7

1	2	3	4	5	6
16	15	14	9	8	7
		13	10		
		12	11		

Решение: Можно нарисовать в каждом квадратике диагональ от шарнира до шарнира. Они соединяются в непрерывную цепочку. А в рамке провести такие диагонали не получается: одна из них непременно упирается в угол и там уже не может ни с кем соединиться.



Т-шка складывается единственным образом с точностью до того, откуда начинается нумерация. Квадрат складывается единственным образом с точностью до поворота и места начала нумерации. Оргкомитет считает, что головоломка достаточно толстая и пересекать сама себя не может.

Критерии оценивания (баллы за разные фигурки суммируются, максимум 2 балла за каждую)	баллы
Написано, что рамку сложить нельзя.	2
Приведена любая нумерация квадратиков рамки.	0
Приведена верная нумерация квадратиков в квадрате/Т-шке.	2
Приведена нумерация в квадрате/Т-шке, при которой головоломка пересекает сама себя.	1
Приведена неверная нумерация в квадрате/Т-шке или написано, что фигуру сложить нельзя.	0