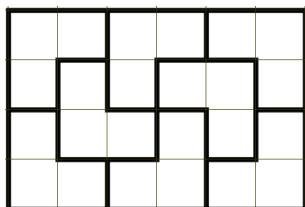


1 Прямоугольник  $6 \times 4$  разрезали на 8 трёхклеточных уголков, затем на каждом уголке написали, сколько уголков с ним граничит. Оказалось, что четыре раза написана цифра 3 и четыре раза — цифра 4. Приведите пример, как такое могло быть.

Решение: единственно с точностью до отражения.



2 Есть пять карточек с цифрами 1, 2, 3, 4, 5, по одному знаку  $+$ ,  $-$ ,  $\times$  и один кусочек скотча, позволяющий склеить из двух цифр двузначное число. С помощью всего этого составьте выражение со значением 43. При желании можно использовать скобки.

Решение: Есть разные варианты:  $(15 - 2) \cdot 3 + 4 = (12 - 4) \cdot 5 + 3 = 15 \cdot 3 - 4 + 2 = 43$  и другие.

3 Четыре мушкетёра подсчитывают свои деньги. У Атоса на 120 пистолей меньше, чем у трёх остальных вместе взятых. Если Портос отдаст Арамису 11 пистолей, а Арамис отдаст Д'Артаньяну 23 пистоля, то у всех четверых станет поровну. Сколько пистолей у каждого мушкетёра?

Решение: После того, как у всех стало поровну денег, у Атоса по-прежнему на 120 пистолей меньше, чем у остальных вместе взятых. При этом у него столько же, сколько у Д'Артаньяна, поэтому у Портоса и Арамиса в сумме 120 пистолей. Значит, у каждого по 60.

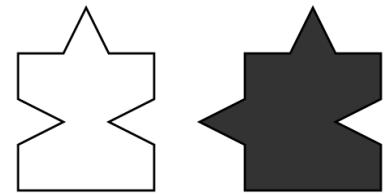
Теперь пусть мушкетеры вернут свои деньги назад. У Атоса так и останется 60 пистолей. Портосу вернулись его 11, теперь у него 71 пистоль. Арамис отдал 11 пистолей и получил 23, поэтому у него 72. Д'Артаньяну пришлось вернуть 23 пистоля, стало 37.

4 Волки всегда говорят правду, а лисы могут говорить что угодно. На лесном маскараде пёс Шарик встретил четырёх зверей в масках. Его чутьё подсказывает ему, что перед ним одна лиса и три волка, но понять, кто есть кто, он не может. Как ему, задав зверям три вопроса (на которые можно ответить только «да» или «нет») всё-таки найти лису?

Решение: Пусть зверей зовут А, Б, В, Г. Спрашиваем зверя А: «Правда ли, что Б лиса?» Если он скажет «да», то либо он сам лиса, либо он волк, а лиса Б. Тогда В и Г точно волки, спрашиваем одного из них про А и Б.

Если А скажет «нет», то либо он сам лиса (а Б волк), либо он волк и Б тоже волк. В любом случае Б волк, спрашиваем его про В и Г. Кто такой А, вычисляется методом исключения.

**5** Детали математического паззла — квадраты с одинаковыми выступами и вырезами, точно подходящими друг другу. Есть 30 чёрных деталей и 5 белых (см. рисунок). Их можно поворачивать и переворачивать. Можно ли сложить их в виде прямоугольника  $5 \times 7$  (возможно, с выступами и вырезами на краях)?



Решение: Нельзя. Действительно, посчитаем выступы и вырезы. Выступов  $30 \cdot 2 + 5 = 65$ , вырезов  $30 + 5 \cdot 2 = 40$ . Значит, минимум 25 выступам не хватит вырезов, и они смогут только торчать наружу. Но периметр прямоугольника  $5 \times 7$  равен 24, поэтому еще как минимум одному выступу будет вообще некуда деваться.

Комментарий жюри: Эта задача тесно связана с открытой математической проблемой нахождения плиток с разными *числами Хееша*. Более подробно можно прочитать по ссылкам (они кликабельны):

[https://elementy.ru/nauchno-populyarnaya\\_biblioteka/435227/Plitki\\_i\\_chisla\\_Kheesha](https://elementy.ru/nauchno-populyarnaya_biblioteka/435227/Plitki_i_chisla_Kheesha)

[https://elementy.ru/kartinka\\_dnya/1411/Rekordnyy\\_mnogougolnik\\_Kheesha](https://elementy.ru/kartinka_dnya/1411/Rekordnyy_mnogougolnik_Kheesha)

[https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%87%D0%B0\\_%D0%A5%D0%B5%D0%B5%D1%88%D0%B0](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%87%D0%B0_%D0%A5%D0%B5%D0%B5%D1%88%D0%B0)

**6** Трудлюбивый Муравей умножает число 1002003004005 на все натуральные числа по очереди:

$$1002003004005 \cdot 1$$

$$1002003004005 \cdot 2$$

$$1002003004005 \cdot 3$$

...

и так далее. Так он делает до тех пор, пока в произведении не получится число совсем без нулей. Сколько раз придётся умножать Муравью?

Решение: Разобьем исходное число на классы (т. е. тройки разрядов). В классе единиц 005, в классе тысяч 004, в классе миллионов 003, в классе миллиардов 002, в классе триллионов 1. Пока Муравей умножает на не более чем двузначные числа, каждый класс будет умножаться независимо.

Чтобы пропал первый ноль, нужно из двух миллиардов получить не менее ста, поэтому умножать нужно не менее чем на 50. Далее,  $50 \cdot 2 = 100$ ,  $51 \cdot 2 = 102$ , ...  $54 \cdot 2 = 108$ ,  $55 \cdot 2 = 110$  — везде есть нули в миллиардах. Значит, умножаем не менее, чем на 56. Само 56 не подходит, поскольку тогда в единицах будет 280. А вот 57 уже годится:

$$57 \cdot 1002003004005 = 57114171228285.$$