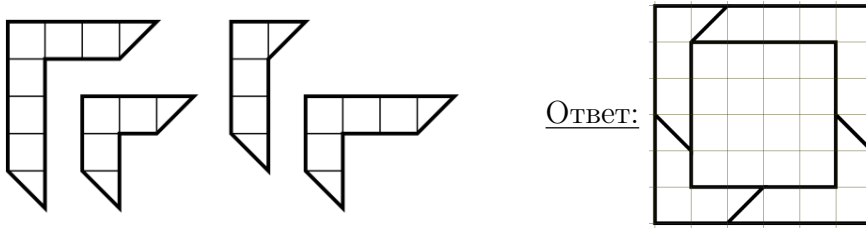


IV Открытая олимпиада по математике школы №1543

Решения и критерии оценивания

За каждую задачу можно было получить максимум 4 балла.

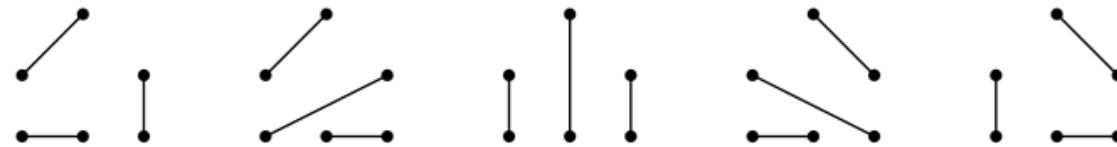
1 Квадратная рамка толщиной в одну клетку разбилась на четыре куска. Сложите ее обратно. Переворачивать куски нельзя. Положение верхнего левого куска уже нарисовано.



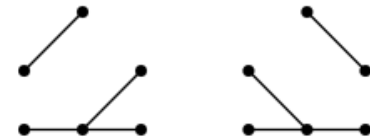
Критерии оценивания	баллы
Нарисован верный ответ.	4
Нарисован неверный ответ, который можно превратить в верный, подвинув или повернув ровно одну линию раскола.	2
Нарисован ответ, в котором линии раскола находятся на правильных местах, но неправильно повернуты.	1
Нарисован неверный ответ.	0

2 Гоша хочет провести три отрезка с концами в отмеченных точках так, чтобы проведенные отрезки не имели общих концов и не пересекались. Сколькими способами Гоша может выполнить задуманное? Нарисуйте их все.

Ответ: 5 способами.



Замечание. Некоторые участники рисовали еще следующие два способа:



Формально такие отрезки считаются пересекающимися, но жюри решило, что ученики 4 класса имеют право этого не знать. Поэтому за такое решение баллы не снижались.

Критерии оценивания	баллы
Верно нарисованы все пять картинок, не нарисовано лишних.	4
Нарисованы 7 картинок (5 как в ответе, 2 как в замечании), не нарисовано лишних.	4
Из каждой пары симметричных картинок нарисовано только по одной.	2
Нарисована одна неверная картинка.	2
Минимум одна картинка продублирована (из-за чего написан неверный ответ)	2
Нарисовано что-то еще.	0

3 Замените одинаковые буквы одинаковыми цифрами, а разные – разными так, чтобы равенства $T + P - O - П = A$ и $A + П - O - P = T$ оба были верными.

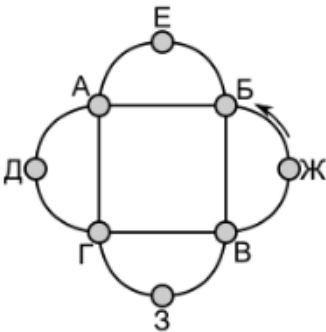
Решение: перенося буквы в первом равенстве, можно получить, что $T + P = O + П + A$. А из второго можно получить, что $A + П = O + P + T$.

Значит, $A = 0$ и $T + P = П + A$.

Один из возможных примеров такой: $T = 1, P = 9, O = 0, П = 2, A = 8$.

Критерии оценивания	баллы
Написан любой полностью верный пример.	4
Написан пример, в котором оба равенства выполнены, но некоторые цифры повторяются.	2
Написан пример, в котором оба равенства выполнены, но некоторые буквы заменены не цифрами, а двузначными или трехзначными числами.	1
Написан неверный пример.	0

4 На рисунке изображена схема городов и дорог в Тридесятom Государстве. Прекрасный Принц выезжает из города Ж в направлении, указанном стрелочкой. На первой развилке он поворачивает направо, на второй – налево, на третьей – опять направо, потом опять налево и так далее. Путь от одного города до следующего Принц преодолевает ровно за один день. В каком городе Принц окажется через 50 дней пути?



Ответ: В городе Е.

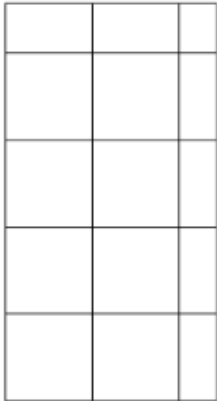
Решение: Принц ездит по циклу: $Ж \rightarrow Б \rightarrow Е \rightarrow А \rightarrow В \rightarrow Ж \rightarrow \dots$. Длина этого цикла равна 6, поэтому через 48 дней Принц опять окажется в городе Ж, а через 50 дней – в городе Е.

Критерии оценивания	баллы
Написана буква Е.	4
Написано что угодно другое.	0

5 Квадратными плитками со стороной 7 см нужно выложить площадку длиной 2 м и шириной 1 м. Плитки укладывают от нижнего левого угла площадки, при необходимости отрезая лишнее. Сколько получится нецелых плиток? *На рисунке изображен маленький пример, в котором нецелых плиток получилось семь.*

Ответ: 43 нецелых плитки.

Решение: В длину площадки укладывается 28 целых плиток, так как $200 : 7 = 28$ (ост. 4). А в ширину укладывается 14 целых плиток: $100 : 7 = 14$ (ост. 2). Нецелых плиток будет $14 + 28 + 1 = 43$ (одна плитка – угловая).



Критерии оценивания	баллы
Написано число 43.	4
Написано число 42 или 44.	2
Написано что угодно другое.	0

6 Маша, Даша и Наташа рвали сливы. Маша нарвала на 15 слив меньше, чем все три девочки вместе, Даша – на 43 сливы меньше, чем все девочки вместе, а Наташа – на 40 слив меньше, чем все девочки вместе. Сколько слив сорвала каждая девочка?

Ответ: Маша – 34 сливы, Даша – 6 слив, Наташа – 9 слив.

Решение: Возьмем Машу, Дашу и Наташу вместе. Они суммарно сорвали на $15 + 43 + 40 = 98$ слив меньше, чем трижды все девочки вместе. То есть общее количество слив на 98 меньше утроенного их количества. Значит, 98 – это удвоенное общее количество слив, а всего девочки сорвали $98 : 2 = 49$ слив.

Теперь несложно вычислить, что у Маши $49 - 15 = 34$ сливы, у Даши $49 - 43 = 6$ слив и у Наташи $49 - 40 = 9$ слив.

Критерии оценивания	баллы
Написаны три верных числа.	4
Написано два верных числа и одно неверное.	2
Написаны верные числа, но две девочки перепутаны.	2
Написано одно верное число.	1
Все числа неверны.	0

7 Мальчик Тима в каждом третьем предложении лжет, а в остальных говорит правду. При этом неизвестно, с правдивого или лживого утверждения он начинает. Однажды Тима задумал двузначное число и сказал про него следующие утверждения:

1. Одна из цифр этого числа равна 7.
2. Это число больше 56.
3. Это число четное.
4. Это число меньше 43.
5. В этом числе одна цифра четная, а другая нечетная.
6. Одна из цифр этого числа равна 4.

Что за число задумал Тима?

Ответ: 94.

Решение: Ложные утверждения – это либо 1 и 4, либо 2 и 5, либо 3 и 6.

Заметим, что из утверждений 2 и 4 хотя бы одно ложное, поэтому утверждения 3 и 6 точно истинные.

Также заметим, что если утверждение 1 истинное, то загаданное число – это 47 или 74, а значит и утверждение 5 истинное. Но такого не может быть: либо 2 и 5, либо 1 и 4 должны быть ложными.

Значит, утверждение 1 ложное, а вместе с ним и утверждение 4. А утверждения 2, 3, 5, 6 верны. Значит, цифры в загаданном числе разной четности, причем одна из них (четная) – это 4. Число четное, значит заканчивается на четную цифру – как раз на 4. А цифра десятков нечетная, причем она не равна 7. Это могут быть только числа 14, 34, 54, 94, из них только одно – 94 – больше 56.

Критерии оценивания	баллы
Написано число 94.	4
Написано число 94 и что-то еще.	2
Написано что угодно другое.	0