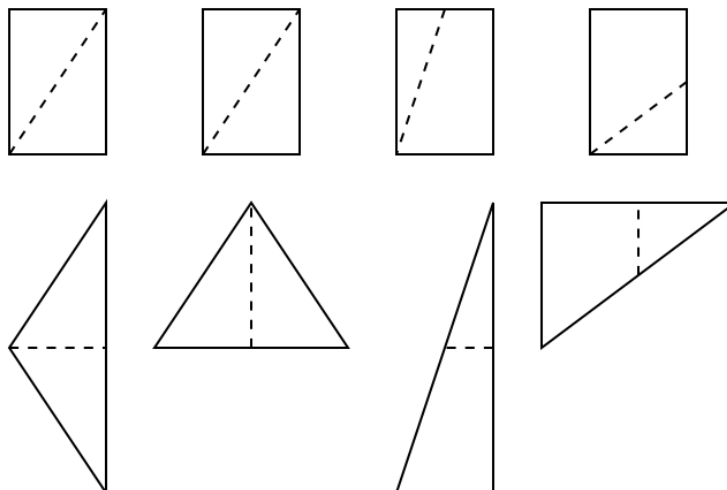


1 Оля, Юля и Поля взяли по одинаковому прямоугольнику. Каждая разрежала свой прямоугольник на две части и сложила из них треугольник. Могли ли у всех девочек получиться разные треугольники?

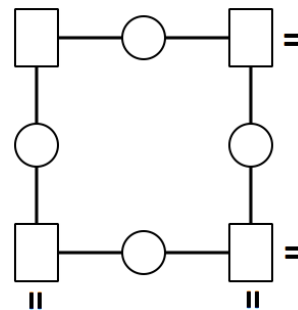
Решение: Да, могли. На картинке показано четыре способа, которыми можно из прямоугольника получить треугольник.



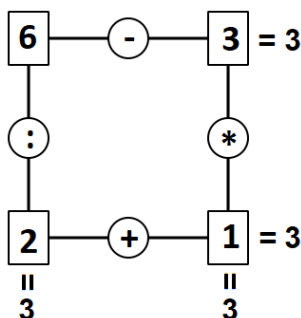
2 У Пети есть семь карточек с цифрами $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$ и четыре карточки со знаками действий $\boxed{+}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{:}$.

Петя расположил в углах квадрата какие-то четыре карточки с цифрами, а на сторонах – карточки со знаками действий. Затем он решил четыре примера, получающиеся на сторонах квадрата при чтении слева направо и сверху вниз.

Петя получил четыре одинаковых результата. Покажите, как такое могло быть.



Решение: Пример в этой задаче единственен с точностью до отражения относительно диагонали.



3 В замке живут рыцари и шуты. Рыцари всегда говорят правду, а шуты всегда врут. Однажды двое обитателей замка, Ричард и Эдуард, разговорились.

– Ты можешь назвать меня рыцарем, – гордо заявил Ричард.

– Ты можешь назвать меня шутом, – грустно ответил ему Эдуард.

Можете ли вы определить, кем является каждый из них?

Решение: Разберем четыре варианта, кем могут быть Ричард и Эдуард.

- **Они оба рыцари.** В этом случае Ричард не может назвать Эдуарда шутом, поэтому Эдуард врет. Но это противоречит тому, что Эдуард рыцарь. Случай невозможен.
- **Они оба шуты.** В этом случае Эдуард может соврать и назвать Ричарда рыцарем. Но тогда Ричард сказал правду, и шутом он быть не может. Случай невозможен.
- **Ричард рыцарь, а Эдуард шут.** В этом случае Ричард может назвать Эдуарда шутом, а значит Эдуард говорит правду. Но тогда он не может быть шутом, случай опять невозможен.
- **Ричард шут, а Эдуард рыцарь.** Этот случай возможен: Эдуард не может назвать Ричарда рыцарем, так что Ричард врет. А Ричард может соврать и назвать Эдуарда шутом, так что Эдуард действительно говорит правду.

Ответ: Ричард шут, а Эдуард рыцарь.

4 Шпион, внедрённый в Министерство иностранных дел, пишет донесение. Чтобы соблюсти секретность, он заменяет все цифры английскими буквами: одинаковые цифры – одинаковыми буквами, а разные – разными.

«В июне в Министерстве было P сотрудников. Далее каждый месяц Министерство нанимало на работу одно и то же количество сотрудников, никого при этом не увольняя. Таким образом, в июле сотрудников стало QR , в августе QS , в сентябре RT , в октябре UU . Сейчас, в феврале, в министерстве ... сотрудников.»

Расшифруйте донесение и выясните, что должно быть написано на месте многоточия.

Решение: С июля по август число сотрудников увеличилось максимум на 9, поскольку цифра десятков не поменялась. Значит, каждый месяц число сотрудников увеличивается максимум на 9. От этого цифра десятков увеличивается максимум на 1.

То есть $Q = 1$, $R = 2$, $U = 3$. В июле сотрудников 12, в октябре 33. За три месяца число сотрудников увеличилось на 21, значит за 1 месяц оно увеличится на 7. Дальше уже легко посчитать, что это число менялось как $5 \rightarrow 12 \rightarrow 19 \rightarrow 26 \rightarrow 33$ и $P = 5$, $T = 6$.

С октября по февраль прошло еще 4 месяца, сотрудников сейчас $33 + 4 \cdot 7 = 61$, то есть TQ .

5 Есть сломанные весы, которые поочерёдно показывают то на 5 кг больше настоящего веса, то на 2 кг меньше. На них взвесили в каком-то порядке дедку, бабу, внучку, Жучку, кошку, репку и всех их вместе. Результаты взвешиваний оказались следующие: дедка – 80 кг, бабу – 63 кг, внучка – 47 кг, Жучка – 15 кг, кошка – 7 кг, репка – 28 кг, а все вместе – 222 кг. Сколько весят все они вместе на самом деле?

Решение: Взвешиваний было 7, из них либо 3 в плюс, 4 в минус, либо наоборот. Поэтому для шести одиночных взвешиваний есть три варианта:

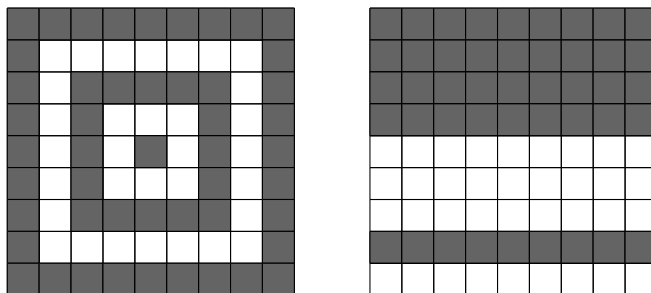
- 2 в плюс, 4 в минус;
- 3 в плюс, 3 в минус;
- 4 в плюс, 2 в минус.

Просуммируем все одиночные взвешивания, получим $80 + 63 + 47 + 15 + 7 + 28 = 240$ кг. Это больше реальной суммы либо на $2 \cdot 5 - 4 \cdot 2 = 2$ кг, либо на $3 \cdot 5 - 3 \cdot 2 = 9$ кг, либо на $4 \cdot 5 - 2 \cdot 2 = 16$ кг. То есть общий вес на самом деле равен либо 238 кг, либо 231 кг, либо 224 кг.

С другой стороны, 222 кг – это либо общий вес +5 кг, либо общий вес –2 кг. То есть реальный общий вес равен либо 217 кг, либо 224 кг. Сравнивая эти два вывода, получаем, что все вместе весят 224 кг.

Ответ: все вместе весят 224 кг.

6 Квадрат 9×9 раскрашен в чёрный и белый цвет, как показано на рисунке слева. За ход можно взять три клетки, образующие уголок, и перекрасить их в противоположные цвета. Можно ли такими ходами получить раскраску, изображённую справа?



Решение: Можно. Возьмем какой-то квадратик 2×2 и перекрасим в нем следующие 3 уголка: $\begin{smallmatrix} ++ & ++ \\ ++ & \end{smallmatrix}$ $\begin{smallmatrix} ++ & \\ ++ & ++ \end{smallmatrix}$. От этого верхняя левая клетка поменяет цвет, а остальные – нет. Аналогично можно перекрасить любую другую клетку в этом квадратике. И в любом другом квадратике тоже можно перекрасить любую клетку.

Таким образом, мы можем за три хода поменять цвет любой одной клетке. А значит мы можем превратить левую раскраску в правую, да и вообще любую в любую.