

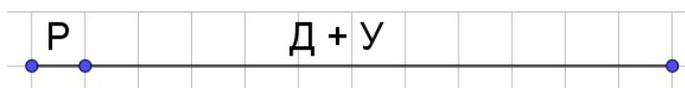
1 Ада готовится к школе. Пока она умеет писать 5 цифр. Какая самая большая сумма может быть у этих цифр, если Ада её тоже может записать? В ответ запишите не только эту сумму, но и сами цифры.

Решение: Попробуем сначала сложить пять самых больших цифр: $5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 35$. В разряде десятков есть цифра 3. Значит, чтобы записать сумму своих цифр, Аде обязательно нужна цифра 3 (или меньшая). Для получения максимума возьмем 3 и четыре самые большие цифры: 6, 7, 8 и 9. Всё получится: $3 + 6 + 7 + 8 + 9 = 33$.

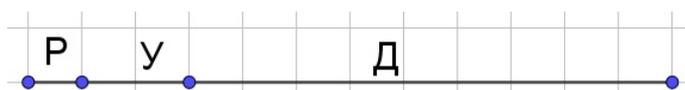
Итак, Ада выучила цифры 3, 6, 7, 8, 9. Их сумма равна 33.

2 На школьную ёлку пришли дети, родители и 6 учителей. Детей оказалось в 3 раза больше, чем взрослых. А родителей — в 11 раз меньше, чем детей и учителей вместе взятых. Сколько детей пришло на ёлку?

Решение: Ответ: 27. Будем рисовать количества людей отрезочками разной длины. Число родителей изобразим отрезком в 1 клетку, тогда дети и учителя изображены отрезком в 11 клеток.



Все люди изображены отрезком в 12 клеток. Поскольку детей в 3 раза больше, чем взрослых, то они изображаются отрезком в 9 клеток, а взрослые — отрезком в 3 клетки.



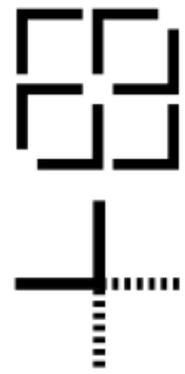
Учителей 6, они изображаются отрезком в 2 клетки. Значит, одна клетка — это 3 человека. Тогда детей $9 \cdot 3 = 27$.

3 У скольких четырёхзначных чисел сумма цифр делится на 10?

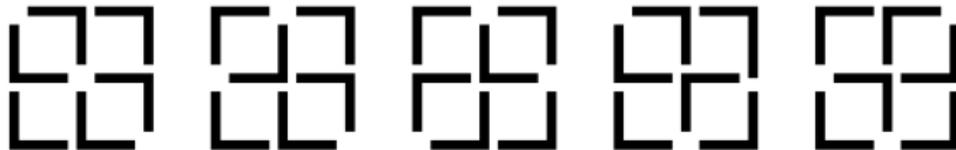
Решение: Ответ: 900. Сначала напишем три первые цифры числа. Они составляют трёхзначное число. Существует единственный способ написать последнюю цифру так, чтобы сумма всех четырёх цифр делилась на 10. Например, пусть первые три цифры — это 952. Их сумма равна $9 + 5 + 2 = 16$. Тогда, чтобы сумма всех цифр делилась на 10, на четвертое место нужно написать цифру 4: $9 + 5 + 2 + 4 = 20$.

Получается, что четырёхзначных чисел, у которых сумма цифр делится на 10, столько же, сколько всего есть трёхзначных чисел. А трёхзначных чисел $999 - 99 = 900$.

4 У Коли есть металлическая решётка в виде квадрата 2×2 . Он разрезал её на металлические уголки как показано на картинке справа сверху. Нарисуйте все возможные способы, как ещё Коля мог разрезать свою решётку на такие уголки. Учтите, что уголки не могут накладываться друг на друга даже вершинами: такие «крестики», как на правой нижней картинке запрещены.



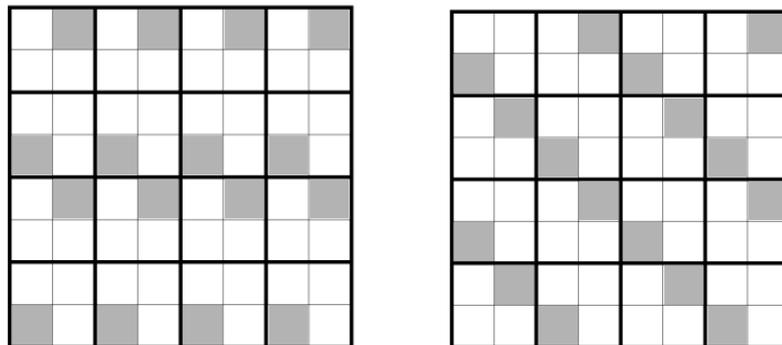
Решение: Всего есть 6 способов разрезать решётку на уголки. Один из них показан справа, а вот пять остальных:



5 а Шоколадка имеет вид квадрата 8×8 , разбитого на 16 квадратиков 2×2 . Мыши съели по одной клетке из каждого из 16 квадратиков, и остатки шоколадки распались на 2 одинаковые части. (Соседние по углу клетки не соединены друг с другом.) Нарисуйте, как такое могло произойти, закрасив съеденные клетки.

5 б А теперь нарисуйте, как можно съесть по клетке из каждого квадратика, чтобы шоколадка распалась на 4 не обязательно одинаковые части.

Решение: Слева нарисован один из примеров, как шоколадка могла развалиться на две одинаковые части. А справа — как она могла развалиться на 4 части.



6 а Пираты Билл, Джон и Джек добыли 11 слитков золота весом 1 кг, 2 кг, 3 кг, 4 кг, 5 кг, 6 кг, 7 кг, 8 кг, 9 кг, 10 кг, 11 кг. Смогут ли они разделить их так, чтобы всем троим досталось поровну золота?

Решение: Смогут. Например, Билл получит $1 + 10 + 11 = 22$ кг, Джон получит $2 + 3 + 8 + 9 = 22$ кг, а Джек — $4 + 5 + 6 + 7 = 22$ кг.

6 б А смогут ли Билл, Джон и Джек разделить золото поровну, если они добыли 10 слитков весом 1 кг, 2 кг, 3 кг, 4 кг, 5 кг, 6 кг, 7 кг, 8 кг, 9 кг, 10 кг?

Решение: Не смогут. Посчитаем общий вес все слитков: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$ кг. Но 55 не делится на 3, поэтому разделить золото поровну между тремя людьми не получится.

7] В каждой клетке на поверхности куба $2 \times 2 \times 2$ живёт рыцарь или лжец (всего 24 жителя). Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда врут. Каждый сказал, что все его соседи (находящиеся в соседней по стороне клетке) — лжецы. Какое наибольшее число рыцарей может жить на этом кубе?

Решение: Куб разбивается на 8 «уголков» (уголок — это три клетки, смежные с какой-то вершиной). В каждом уголке не больше одного рыцаря (иначе два рыцаря будут соседями и солгут). Значит, рыцарей не больше 8. Покажем пример развёртки куба с 8 рыцарями:

				Л	Л		
				Л	Л		
Л	Р	Л	Р	Л	Р	Л	Р
Р	Л	Р	Л	Р	Л	Р	Л
				Л	Л		
				Л	Л		