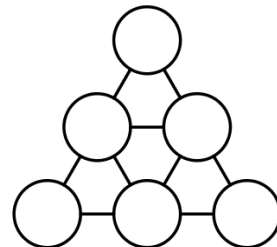


1 В подземелье семь пронумерованных дверей, закрытых волшебными замками. Маг знает три заклинания, каждое из них открывает три замка. Если произнести заклинания «Сезам, откройся!» и «Алохомора!», то откроются двери 2, 3, 5 и 7. Если произнести «Тук-тук!» и «Сезам, откройся!», то откроются все двери, кроме 5. А сколько дверей откроется, если произнести заклинания «Тук-тук!» и «Алохомора!»?

2 Паук поймал Муху-Цокотуху в треугольную паутину (на рисунке справа) и предлагает ей сыграть в игру. Муха назовёт шесть различных натуральных чисел, а Паук расставит их в кружочки на паутине так, как захочет. Если в каждой паре кружочков, соединённых линией, одно из чисел будет делиться на другое без остатка, то Паук отпустит Муху. Но если хотя бы в одном месте это правило нарушится, то её съедят. Сможет ли Муха спастись?



3 На острове живут только рыцари (всегда говорят правду), лжецы (всегда лгут) и подражатели (лгут, обращаясь к лжецам, а остальным говорят правду). Трое островитян, Ол, Имп и Ада, сказали друг другу так:

Ол — Импу: «Ты подражатель».

Имп — Аде: «Нет, я не подражатель».

Ада — Олу: «Да среди нас подражателей вообще нет!»

Сколько лжецов участвовало в этом разговоре?

4 Разрежьте какой-нибудь клетчатый прямоугольник по линиям сетки на нечётное число равных фигурок, не являющихся прямоугольниками.

5 Когда олимпиада закончилась, пятиклассники и шестиклассники высыпали на улицу и устроили рыцарский турнир на снежках. Турнир состоял из нескольких поединков один на один, друг с другом могли биться школьники как из одной параллели, так и из разных. Когда пришли родители и турнир пришлось завершить, оказалось, что пятиклассники выиграли на 15 поединков больше и проиграли на 43 поединка больше, чем шестиклассники. Кто выиграл больше поединков между школьниками из разных параллелей, пятиклассники или шестиклассники? На сколько?

6 Из 4 монет одна фальшивая, она отличается от настоящей по весу неизвестно в какую сторону. Чашечные весы работают правильно, если груз на одной из чаш тяжелее, чем на другой, а при равенстве могут показать, что угодно. Как найти фальшивую монету за три взвешивания?

7 В клетки квадрата 4×4 вписали числа. Оказалось, что в каждом квадрате 2×2 сумма чисел равна 40, а в каждом квадрате 3×3 сумма чисел равна 90. Докажите, что сумма чисел в двух противоположных углах квадрата равна 20.