

III Открытая олимпиада по математике школы №1543

5 класс

Решения и критерии оценивания

За каждую задачу можно было получить максимум 4 балла. На второй тур приглашаются участники, набравшие не менее 10 баллов.

1 У Вовочки есть 6 спичек. Он сложил из них число 0 и задумался, какие же ещё числа (не обязательно однозначные) он может сложить, используя все спички. Перечислите все варианты. Цифры из спичек выглядят, как показано на рисунке.



Ответ: 6, 9, 14, 41, 77, 111 (число 0 можно было писать или не писать, на баллы это не влияло).

Критерии оценивания	баллы
Написаны все правильные числа и ни одного неправильного.	4
Пропущено одно правильное число или написано одно лишнее.	2
Допущено не менее двух ошибок.	0
Правильно перечислены все числа, которые можно составить из <i>не более</i> чем шести спичек.	3

2 У Лёши в ящике лежит много носков разных цветов. Если вытащить из этого ящика 7 носков, то среди них обязательно найдётся два носка одного цвета. А если вытащить 10 носков, то среди них обязательно найдётся два носка разного цвета. Какое наименьшее число носков может лежать у Лёши в ящике? А наибольшее?

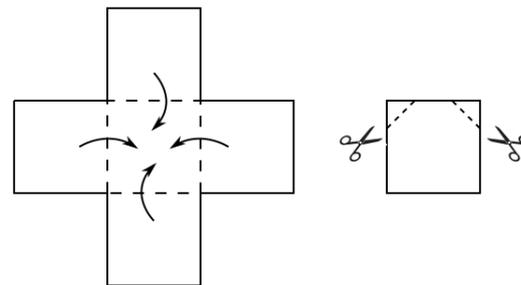
Ответ: Минимум 10, максимум 54.

Решение: Носков не меньше 10 (раз их можно вытащить). Если среди них, например, 5 красных и 5 синих, то это подходит под условие задачи. То есть минимум носков 10.

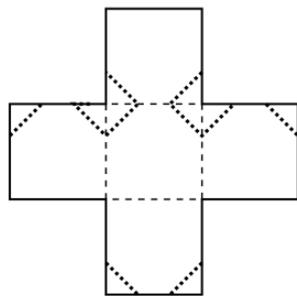
Теперь найдем максимум. Цветов не более 6 (иначе можно было бы вытащить 7 разноцветных носков), носков каждого цвета не более 9 (иначе можно было бы вытащить 10 одноцветных). Поэтому носков не более $6 \cdot 9 = 54$. При этом, если у нас по 9 носков каждого из 6 цветов, то это подходит под условие задачи. Максимум носков 54.

Критерии оценивания	баллы
Написано оба верных ответа.	4
Написан верно только максимум.	2
Написан верно только минимум.	1
Ошибки в обоих числах.	0

3 Бумажный крест сложили по пунктирным линиям. У получившегося квадрата отрезали два соседних угла. Нарисуйте, как пройдут линии разреза на самом кресте.



Ответ:



(повернутые картинки тоже считаются верными).

Критерии оценивания	баллы
Верный ответ изображен на поле для ответа.	4
Верный ответ нарисован на поле для черновика и помечен как ответ.	4
Верный ответ нарисован на поле для черновика и никак не помечен.	1
Не нарисованы/неверно нарисованы 1-2 уголка.	2
Уголки вообще не нарисованы.	1
Нарисованы верные линии на четырех крайних квадратах, а на центральном нет ничего.	2
Нарисован неверный ответ.	0

4 Если закопать золотую монету на Поле Чудес, то за 15 часов из неё вырастает Золотое дерево. А если закопать серебряную монету, то Серебряное дерево вырастает за 4 часа. Золотое дерево вырастает в полтора раза выше Серебряного. Буратино в полночь закопал на поле золотую монету, а через 3 часа – серебряную. В котором часу деревья будут одинаковой высоты?

Ответ: В 5:00 и в 10:00.

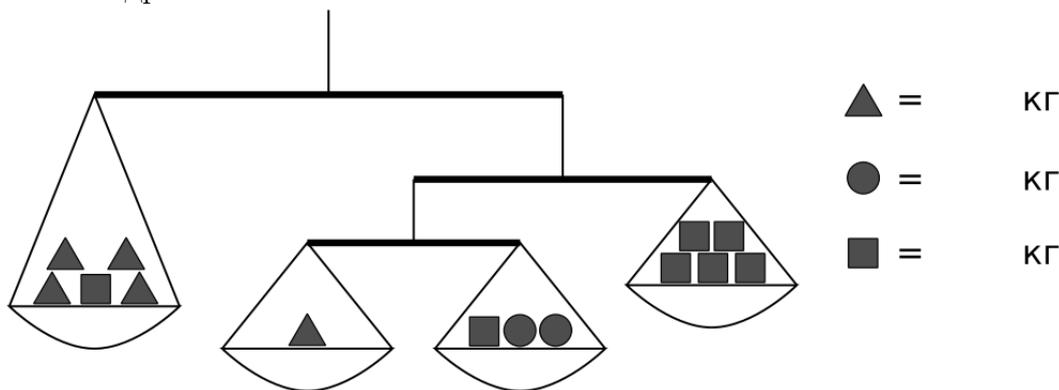
Решение: Для удобства можно считать, что Золотое дерево вырастает до 30 м, а Серебряное – до 20 м. Тогда скорость роста Золотого дерева 2 м/ч, а Серебряного 5 м/ч.

За 3 часа Золотое дерево вырастет на 6 м. Серебряное начнет догонять его со скоростью $5 - 2 = 3$ м/ч и догонит через 2 часа, в 5:00. Далее в 7:00 оно прекратит расти. А в 10:00 Золотое дерево вырастет до 20 м и догонит Серебряное.

Комментарий жюри: Эта задача оказалась для участников самой сложной, полный балл за нее не получил никто. Мы предлагаем всем обратить внимание на то, что в математических задачах, особенно олимпиадных, далеко не всегда бывает только один правильный ответ. Чем старше ребята будут становиться, тем чаще им будут встречаться задачи, где правильных ответов может быть много.

Критерии оценивания	баллы
Написано оба ответа.	4
Написан только один ответ.	2
Написано что-то другое.	0

7 На рисунке изображена система из трёх весов, которые находятся в равновесии. Все чаши весят по 1 кг, остальные части весов не весят ничего. Сколько весит треугольник, сколько круг, а сколько квадрат?



Ответ: Треугольник весит 7 кг, круг – 2 кг, квадрат – 3 кг.

Решение: Сначала заметим, что $\Delta = \square + 2\bigcirc$. Заменяем на левой чаше каждый из треугольников на квадрат и два круга. Там будет $5\square + 8\bigcirc$.

Теперь посмотрим на второй уровень весов. Получим уравнение

$$\Delta + \square + 2\bigcirc + 2 \text{ кг} = 5\square + 1 \text{ кг}$$

$$2\square + 4\bigcirc + 2 \text{ кг} = 5\square + 1 \text{ кг}$$

$$3\square - 1 \text{ кг} = 4\bigcirc$$

Наконец, посмотрим на большие весы:

$$5\square + 8\bigcirc + 1 \text{ кг} = \Delta + 6\square + 2\bigcirc + 3 \text{ кг}$$

$$5\square + 8\bigcirc + 1 \text{ кг} = 7\square + 4\bigcirc + 3 \text{ кг}$$

$$4\bigcirc = 2\square + 2 \text{ кг}$$

Заменяем $4\bigcirc$ на $3\square - 1 \text{ кг}$.

$$3\square - 1 \text{ кг} = 2\square + 2 \text{ кг}$$

$$\square = 3 \text{ кг}$$

Теперь найдем вес остальных фигурок:

$$\bigcirc = (3\square - 1 \text{ кг}) : 4 = 2 \text{ кг}$$

$$\Delta = \square + 2\bigcirc = 7 \text{ кг}$$

Критерии оценивания	баллы
Правильно найден вес всех трех фигурок.	4
Правильно найден вес двух фигурок.	2
Вес хотя бы двух фигурок найдены неверно.	0